**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**По лабораторной работе № 2**

**по дисциплине «Методы оптимизации»**

Тема: **Симплексный метод**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 0303 |  | Болкунов В. О. |
| Преподаватель |  | Мальцева Н. В. |

Санкт-Петербург

2023

**Цели работы.**

1. Решение задачи линейного программирования симплекс методом с помощью стандартной программы.
2. Решение задачи линейного программирования графически.
3. Сравнение результатов решения задачи обоими способами.

**Постановка задачи.**

Рассматривается следующая задача линейного программирования.

Найти минимум линейной функции :

где - постоянные коэффициенты; на множестве, заданном набором линейных ограничений:

где - постоянные коэффициенты.

В матричной форме ограничения записываются следующим образом:

Целевая функция может быть представлена в виде скалярного

произведения:

**Задание.**

Вариант 15.

Целевая функция:

Ограничения:

**Основные теоретические положения.**

Симплексный метод позволяет решить основную задачу линейного программирования.

­,

Где целевая функция ,

А допустимое множество

*A* – матрица , и *b* – вектор задают ограничение допустимого множества *m* гиперплоскостями:

Ещё *n* гиперплоскостей ограничивают снизу каждую компоненту вектора *x*:

Симплексный метод решения задачи линейного программирования

состоит из двух этапов:

1) поиск крайней точки допустимого множества,

2) поиск оптимальной точки путем направленного перебора крайних точек.

* Крайняя точка не существует, если в таблице существует строка,

все элементы которой не положительны, а последний элемент - отрицательный.

* Крайняя точка найдена, еcли все элементы вектора-столбца *B*

больше нуля.

Порядок нахождения **крайней точки**:

1) выбрать строку *i*, в которой ;

2) выбрать столбец *s*, в котором

3) в столбце *s* задать номер строки *r* разрешающего элемента так, чтобы отрицательное отношение .

4) поменять местами имена координат в таблице из строки *r* и столбца *s*;

5) рассматривая элемент как разрешающий, необходимо

преобразовать таблицу по формулам:

:= ;

:= ;

:= , ; (1)

:= , ;

:= , ;

:= z1;

где под z и z1 понимается соответственно первоначальное и преобразованное значение таблицы (кроме левого столбца и верхней строки).

* Оптимальная точка найдена если текущая точка крайняя (все элементы вектор-столбца ) и все элементы вектор-строки
* Оптимальная точка не существует, если в таблице есть столбец *j*, в котором , и .

Порядок нахождения **оптимальной точки**:

1) выбрать столбец *s*, в котором ;

2) в столбце s задать номер строки r разрешающего элемента так,

чтобы отрицательное отношение было максимальным;

3) поменять местами имена координат в таблице из строки r и столбца s;

4) рассматривая элемент  как разрешающий, необходимо

преобразовать таблицу по формулам (1).

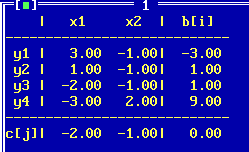
Координаты оптимальной точки определяются следующим образом:

1) если находится на *i*-м месте левого столбца, то его значение равно ;

2) если находится на *j*-м месте верхней строки, то его значение равно 0.

**Выполнение работы.**

Начальные условия задачи (вариант 15) представлены на рисунке 1.



*Рисунок 1: начальные условия задачи*

Что соответствует следующему формальному определению:

Приведём задачу к матричному виду:

Построим графики каждой из ограничивающих прямой (рисунки 2-5 соответственно)

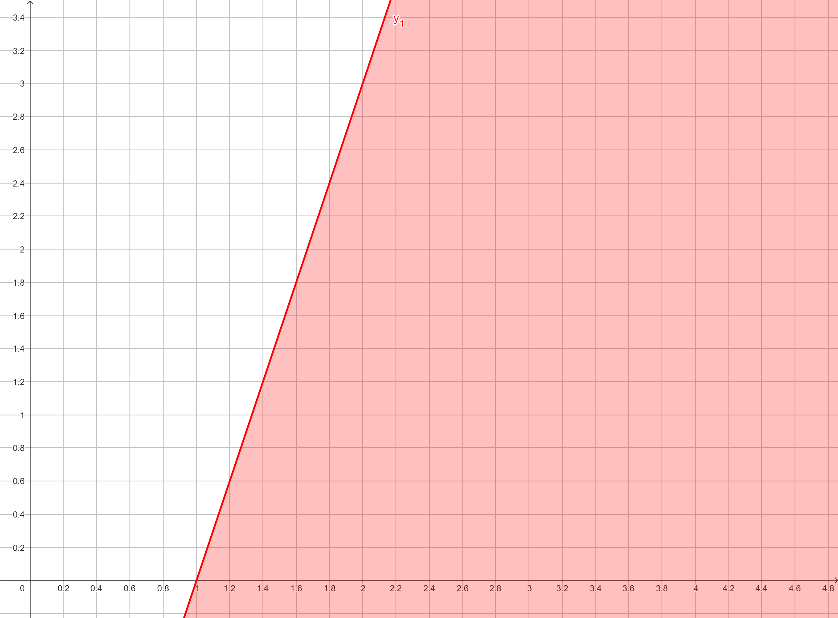


Рисунок 2: y1

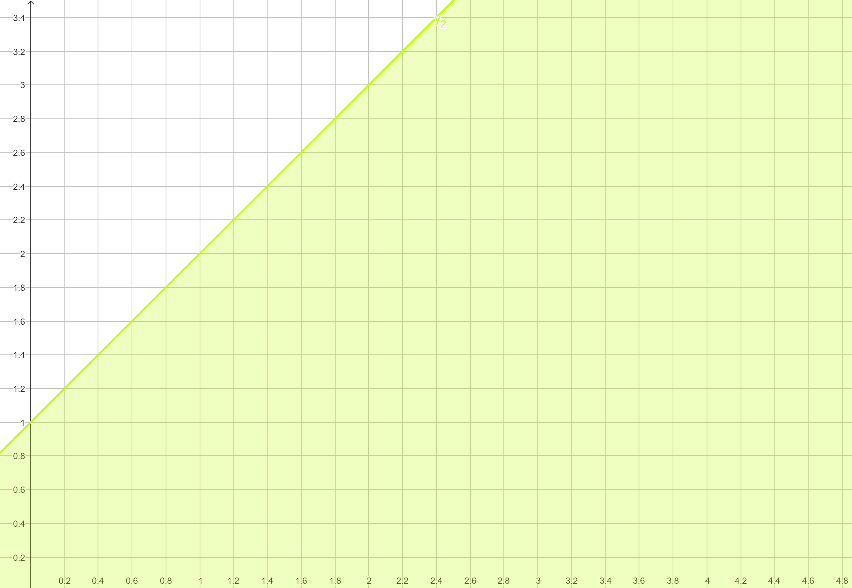


Рисунок 3: y2

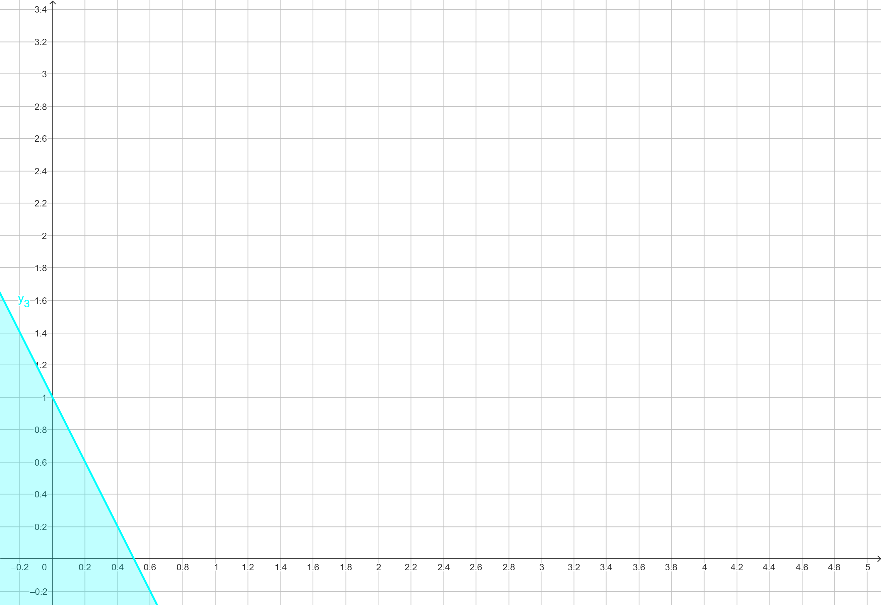


Рисунок 4: y3

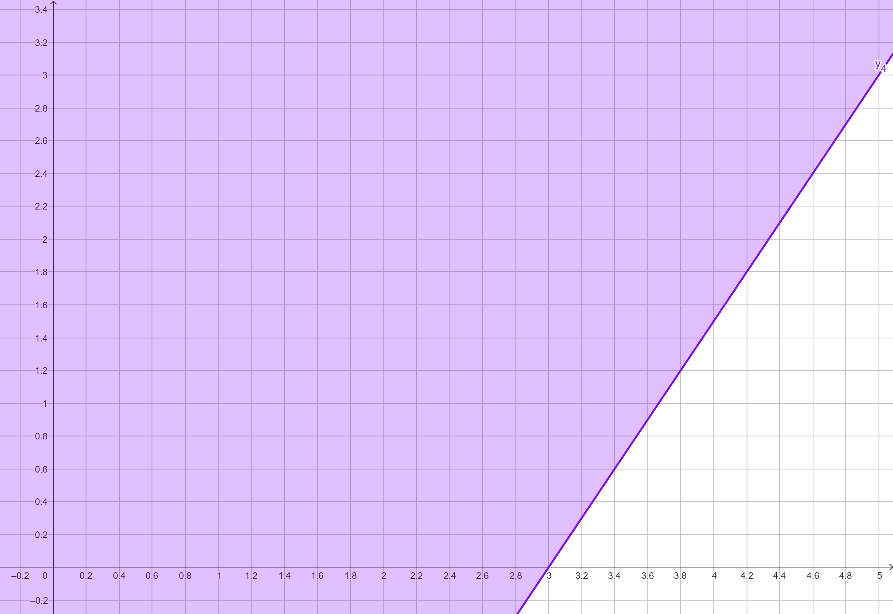


Рисунок 5: y4

Изобразим все прямые на одном графике (рис. 6)

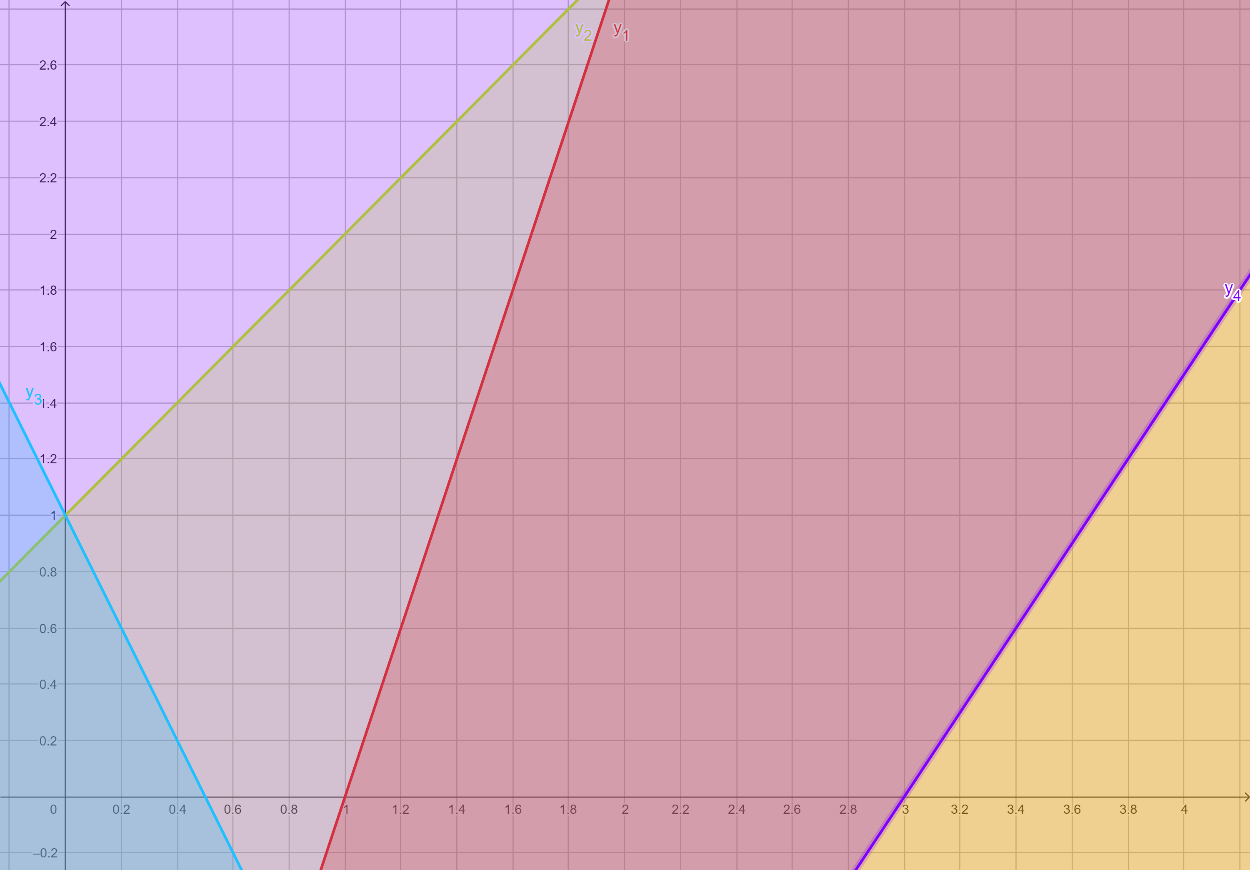


Рисунок 6: ограничивающие прямые

Можно заметить, что в первой четверти (где ) области образованные данными прямыми не пересекаются, это особенно заметно, если отдельно изобразить области, соответствующие ограничениям (рис. 7)

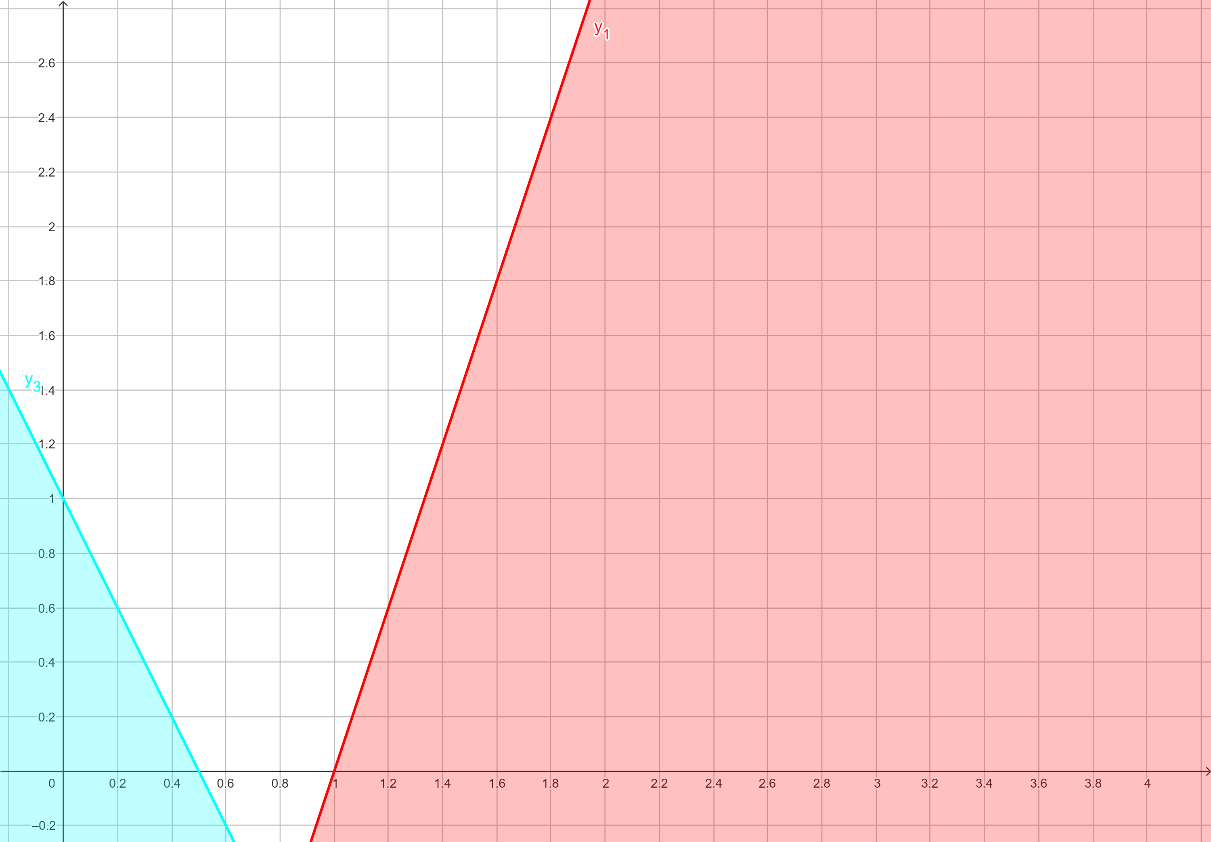


Рисунок 7: y1 и y2

На данном графике чётко видно, что области ограничения не имеют общих точек в первой четверти координатной плоскости, следовательно в независимости от наложения дополнительных ограничений, допустимое множество задачи минимизации будет пусто.

Рассмотрим работу программы. На первом шаге (рис.8) алгоритм находится в точке , – точка не крайняя и – следовательно можно сделать шаг алгоритма.

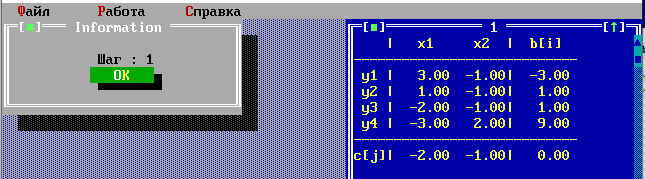
**

Рисунок 8: 1-ый шаг алгоритма

Найдём , им будет являться , следовательно разрешающий элемент находится в 3 строке и 1 столбце.

На следующем шаге программы (рис. 9) в первой строке все элементы отрицательные, следовательно допустимое множество пусто и решения не существует.

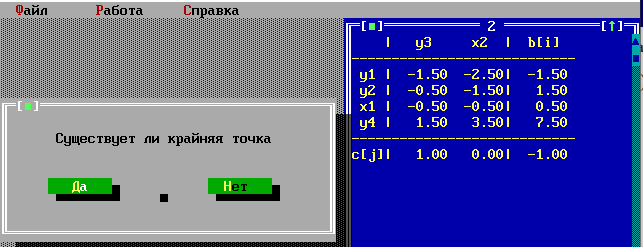
**

Рисунок 9: 2-ой шаг алгоритма

Решение, полученное с помощью программы совпадает с графическим.

**Вывод.**

В ходе выполнения лабораторной работы был изучен метод решения основной задачи линейного программирования: симплексный метод. С помощью подготовленной программы, решающей задачу минимизации данным методом, была решена задача минимизации в соответствии с вариантом. Задача минимизации была также решена графически, графическое решение и решение программы алгоритмом симплексного метода полностью совпадают.